

# “Wechselwirkungsfreie Quantenmessung” als Paradigma für Schule und Hochschule

Jochen Pade<sup>1</sup> & Lutz Polley<sup>2</sup>

FB Physik, Carl von Ossietzky Universität Oldenburg

## 1 Einleitung

In diesem Beitrag plädieren wir dafür, die ‘Wechselwirkungsfreie Quantenmessung’ als Paradigma in Kursen über Quantenmechanik zu behandeln. Sie stellt unserer Meinung nach ein einfacheres und zugleich fruchtbareres Phänomen dar als der klassische Doppelspalt-Versuch. Zunächst ermöglichen beide Experimente die Behandlung grundlegender Fragen ohne formalen Apparat; die Schrödinger-Gleichung wird nicht benötigt (worin man allerdings auch einen Nachteil sehen kann). Beim Doppelspaltexperiment, das ja zu Beginn vieler Kurse besprochen wird, unterbleibt aber in aller Regel eine vollständige mathematische Behandlung der Interferenzmuster, da sie zumindest für Schülerinnen und Schüler oder auch Erstsemester zu verwickelt ist. Im Gegensatz dazu ist die formale Behandlung der ‘wechselwirkungsfreien Quantenmessung’ auf verschiedenen Komplexitätsstufen leicht möglich; insbesondere reichen dazu niedrig-dimensionale Zustandsräume ( $d = 2, 3$ ). Trotz der formalen Einfachheit enthält das System wesentliche ‘Zutaten’ der Quantenmechanik: a) Welcher-Weg-Information, Interferenz, Nichtlokalität (z.B. in der Grundversion des Experimentes), b) die Problematik der Messung in der Quantenmechanik (z.B. in der Erweiterung des Experimentes qua Quanten-Zeno-Effekt), c) Unschärferelation und ihre Bedeutung (z.B. in der Diskussion um die Frage, was der Begriff ‘wechselwirkungsfrei’ tatsächlich bedeutet). Insgesamt lädt das System förmlich ein zur Diskussion über den Meßprozeß und über die Begriffsklärung Messung — Wechselwirkung — Hamiltonian. Darüber hinaus gibt es mehrere unterschiedliche experimentelle Realisierungen (z.B. Mach-Zehnder- und Michelson-Interferometer sowie Fabry-Perot [1]), die zum Teil relativ einfach durchführbar sind; es sind praktische Anwendungen denkbar [2]; und schließlich garantiert die Möglichkeit von spektakulären Darstellungen (“Bomben-Test” oder medizinische Anwendungen) und die Aktualität des Themas [3] ein höheres Interesse der Lernenden.

Die Vor- und Nachteile (aus unserer Sicht) der beiden Experimente sind in

---

<sup>1</sup>E-Mail: [hans.j.pade@uni-oldenburg.de](mailto:hans.j.pade@uni-oldenburg.de)

<sup>2</sup>E-Mail: [polley@uni-oldenburg.de](mailto:polley@uni-oldenburg.de)

der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

Doppelspalt	‘wechselwirkungsfreie’ Quantenmessung
Behandlung grundlegender Fragen ohne formalen Apparat möglich Schrödinger-Gleichung wird nicht benötigt (Nachteil: Schrödinger-Gleichung wird nicht benötigt)	
	Formale Beschreibung leicht möglich Es gibt mehrere Realisierungen Experimente relativ einfach durchführbar Praktische Anwendungen denkbar Spektakuläre Darstellung möglich <u>Diskussion von Messung / WW / Hamiltonian</u> <u>Diskussion Unschärferelation in anderem Kontext</u> <u>Diskussion Meßprozeß</u> Aktualität

Qualitativ wurde das Phänomen schon z.T. sehr ausführlich in populärwissenschaftlichen Darstellungen [4] oder für den Bereich der Schule [5] besprochen. Wir wollen hier einige Ergebnisse für den allgemeinen Fall eines teiltransparenten Objekts (einer teiltransparenten “Bombe”) beschreiben. Schließlich wollen wir im letzten Abschnitt auf die Literatur zur Problematik des Begriffs ‘wechselwirkungsfreie Quantenmessung’ hinweisen — tatsächlich ist ja der Begriff ‘wechselwirkungsfrei’ in diesem Zusammenhang streng genommen falsch.

## 2 Standardausführung einer ‘wechselwirkungsfreien Quantenmessung’

Kurz sei noch einmal das Prinzip dargestellt (siehe Abb. 1). Licht fällt auf einen halbversilberten Spiegel, der als Strahlteiler wirkt. Die beiden Teilstrahlen werden durch ‘normale’ Spiegel auf einen zweiten Strahlteiler hingelenkt, wo es folglich zur Interferenz kommt. Die Interferenz wirkt bei der zweiten Strahlteilung in dem einen Teilstrahl konstruktiv (Detektor 1 spricht immer an), in dem anderen destruktiv (Detektor 2 spricht nie an). Dies gilt nicht mehr, wenn ein Objekt (‘Bombe’, Streuer) in den Strahlengang gebracht wird — es fehlt ein Teilstrahl für die destruktive Interferenz und der Detektor 2 kann nun ansprechen.

Die Überlegungen sind von der Lichtintensität unabhängig, gelten also unabhängig von der Anzahl der Photonen. Mit anderen Worten: auch wenn nur ein Photon das Interferometer durchläuft, bleibt ohne Streuer der Detektor 2 immer stumm bzw. weiß man, wenn der Detektor 2 anspricht, daß ein Streuer vorhanden ist. Seinen spektakulären Touch erhält das Experiment, wenn man als Streuer eine Bombe wählt, die so empfindlich ist, daß schon ein Photon sie zur Explosion bringen kann. Man erhält folgende mögliche Resultate: in 50% der Fälle explodiert die Bombe; in 25% der Fälle spricht Detektor 1 an, was

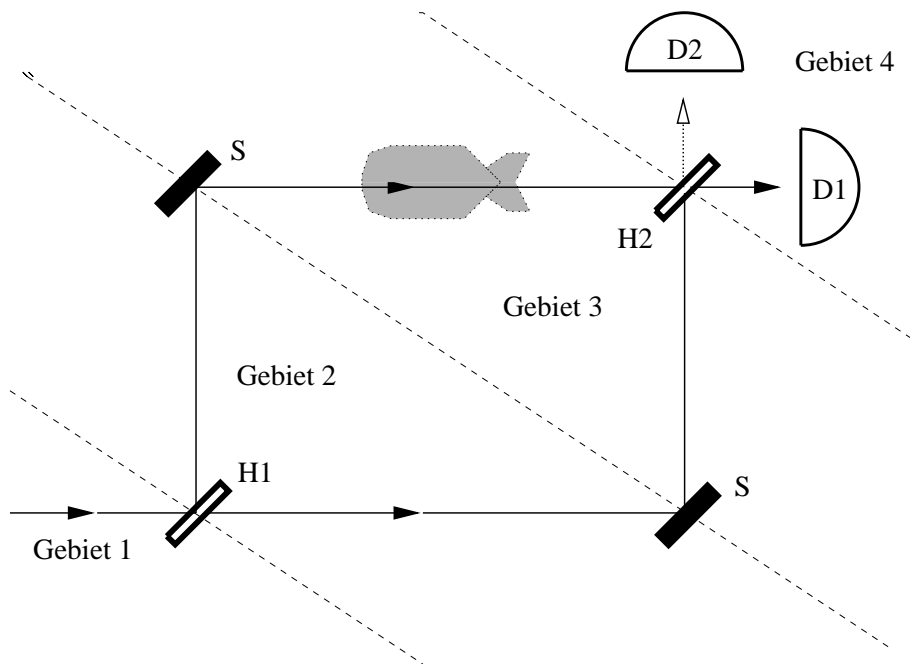


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers.

keine weitere Information liefert; in 25% der Fälle spricht Detektor 2 an — und in diesem Fall hat man nachgewiesen, daß eine ‘Bombe’ im Strahlengang steht, ohne sie zur Explosion gebracht zu haben. Dies ist klassisch unmöglich und ein reiner Quanteneffekt (wobei man mutatis mutandis natürlich statt der Photonen auch Elektronen, Neutronen etc. nehmen kann).

Man kann nun ohne großen formalen Aufwand das Experiment für den nicht unmittelbar so klaren Fall von teiltransparenten Strahlteilern und eines teiltransparenten Streuers behandeln. Ohne auf Einzelheiten einzugehen, wollen wir hier nur erwähnen, daß man im Laufe der Rechnung verschiedene Themen berühren bzw. vertiefen kann (aber nicht muß); z.B. kann man sprechen über Zustände und Meßgeräte, über ihre abstrakte und konkrete Darstellung, über  $n$ -Zustands-Systeme ( $n=2,3,\dots$ ), über unitäre und Projektionsoperatoren, über den Tunneleffekt usw. Eine ausführlichere formale Behandlung des Systems für den Fall teiltransparenter Spiegel und einer teiltransparenten Bombe findet sich anderswo[6]; wir wollen hier nur das Ergebnis aufführen.

Die teilversilberten Spiegel mögen den Transmissionsgrad  $\alpha$  und Reflexionsgrad  $\beta$  besitzen ( $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ ). Den Transmissionsgrad der ‘Bombe’ bezeichnen wir mit  $\delta$ . Dabei steht  $\delta = 1$  für ein vollkommen transparentes,  $\delta = 0$  für ein vollkommen opakes Objekt. Dann folgt für die Meßwahrscheinlichkeiten an den

Detektoren:

$$P_{\text{Detektor1}} = (\alpha^2 + \delta\beta^2)^2 \quad (1)$$

$$P_{\text{Detektor2}} = \alpha^2\beta^2(1 - \delta)^2 \quad (2)$$

Der ‘Wirkungsgrad’ der Apparatur (also die relative Anzahl der erfolgreich entdeckten ‘Bomben’) kann definiert werden als

$$\eta = \frac{P_{\text{Detektor2}}}{1 - P_{\text{Detektor1}}} = \frac{\alpha^2 \frac{1-\delta}{1+\delta}}{1 + \alpha^2 \frac{1-\delta}{1+\delta}}$$

Er erreicht seinen größten Wert für  $\alpha \rightarrow 1$  :

$$\eta_{\text{max}} = \frac{1 - \delta}{2} \quad (3)$$

also für den Grenzfall total transparenter Strahlteiler. Dieser Befund ist für opake Streuer ( $\delta = 0$ ) experimentell gut bestätigt [7]

Der wesentliche Punkt bei der Herleitung besteht darin, die Wirkung der Spiegel formal zu beschreiben. Wir haben das Beispiel in einer Kursvorlesung Quantenmechanik für das Lehramt gebracht; es zeigte sich, daß zwar das Konzept ‘Zustand’ akzeptiert und verstanden wurde; aber wie sich die Wirkung der Spiegel an dieser Stelle in einer abstrakten Darstellung formal fassen läßt, war den Studierenden nicht klar. Sie hatten einen leichteren Zugang, nachdem wir uns auf eine konkrete Darstellung (vor allem der Zustände) geeinigt hatten.

### 3 ‘Wechselwirkungsfreie Quantenmessung’ mit Quanten-Zenon-Effekt

Bekanntlich kann man im Fall opaker Streuer den Wirkungsgrad (im Prinzip) bis 1 steigern, indem man den sogenannten Quanten-Zenon-Effekt ausnutzt, der eine direkte Konsequenz des Meßpostulats in der Quantenmechanik ist. Je häufiger man ein System mißt, desto eher verhindert man, daß es seinen Zustand ändert (“a watched pot never boils”) — oder anders formuliert: je häufiger man ein System mißt, desto ‘glatter’ kann man es in einen anderen Zustand zwingen. Der Aufbau, schematisch in Abb. 2 gezeigt, erlaubt es im Prinzip, ein in den Strahlengang gebrachtes Objekt mit Wahrscheinlichkeit 1 ‘wechselwirkungsfrei’ nachweisen. Dieses Fakt war bish(sic)]TJ2[(akt)-33.00010Tleschk

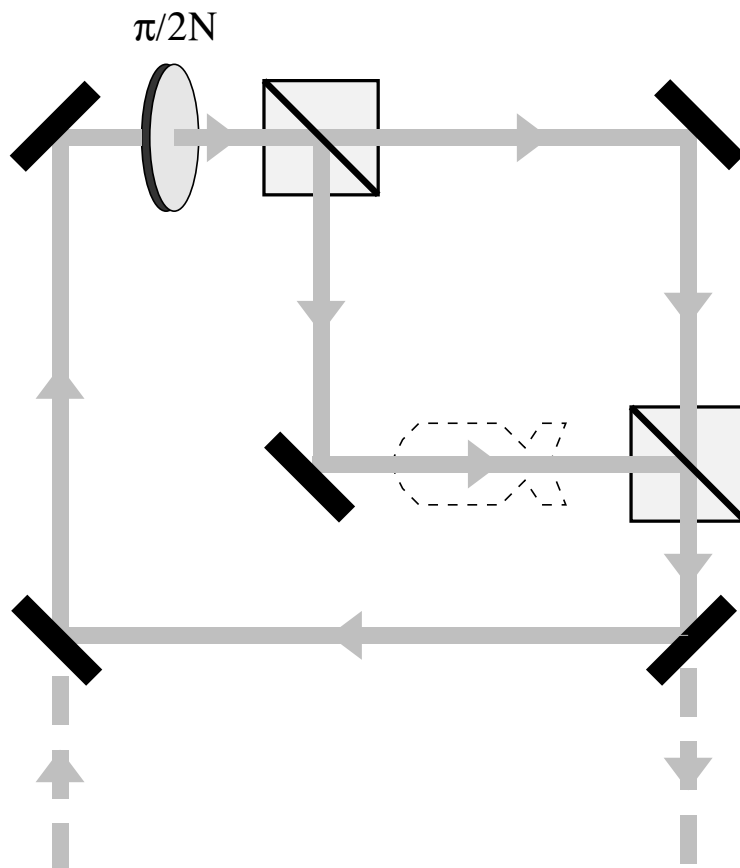


Abbildung 2: Schematischer Versuchsaufbau für den Quanten-Zenon-Effekt.

der  $N$ -fachen Drehung der Polarisationssebene um  $\pi/2N$  am Schluß *vertikal*; ist ein Streuobjekt vorhanden, wird die Interferenz gestört und der Endzustand hat (bei opaken Objekten nur, bei teiltransparenten Objekten auch) eine horizontale Komponente.

Auch in diesem Fall ist die formale Beschreibung recht einfach [6]; wir notieren hier nur die Resultate. Die Basisvektoren für die Darstellung der Zustände seien:

$$|h\rangle = \text{horizontal polarisiert} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |v\rangle = \text{vertikal polarisiert} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Der Streuer sei wieder teiltransparent ( $0 \leq \delta \leq 1$ ). Bei  $N$ -fachem Durchlauf wird der Anfangszustand  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  auf den Endzustand  $\begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix}$  abgebildet. Es läßt sich folgendes zeigen:  $b_N(\delta = 0) = 0$ ;  $b_N(\delta > 0) > 0$ ;  $b_N$  ist eine in  $\delta$  monotone Funktion;  $b_{N+1} < b_N$ . Für große  $N$  gilt näherungsweise:

$$\begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\pi\delta}{2N} (1 + \delta + \delta^2 + \dots + \delta^{N-1}) \end{pmatrix} + O\left(\frac{1}{N^2}\right)$$

so daß bei teiltransparenten Streuern zumindest für  $N \rightarrow \infty$  die ursprüngliche horizontale Polarisation vollständig erhalten bleibt — genau wie im Fall des vollständig opaken Streuers.

Der Wirkungsgrad  $\eta$  ist für diesen Versuchsaufbau gegeben durch

$$\eta = \frac{|a_N|^2}{1 - |c_N|^2} \quad (4)$$

und geht somit für  $N \rightarrow \infty$  gegen 1. Mit anderen Worten: die Versuchsanordnung erlaubt es im Prinzip, das Vorhandensein eines Streuers mit Sicherheit festzustellen, auch wenn er teiltransparent ist. Wie oben ausgeführt, mögen dem freilich experimentelle Schwierigkeiten entgegenstehen; zur Zeit sind maximal Größenordnungen von  $N \approx 15$  realisierbar [7].

## 4 Wie wechselwirkungsfrei ist die ‘wechselwirkungsfreie Quantenmessung’?

Der Begriff ‘wechselwirkungsfreie Quantenmessung’ ist recht irreführend — und zwar anscheinend auch für etablierte Physiker, wie wir anhand einiger Zitate zeigen wollen. Tatsächlich kann man im strengen Sinne auch nicht von ‘wechselwirkungsfrei’ sprechen; ein besserer Ausdruck wäre ‘Messung mit minimaler Wechselwirkung’. Dazu folgende Bemerkungen, die sich leicht auch in der Schule vertiefen lassen.

Im grundlegenden Papier von Elitzur und Vaidman [8] findet sich die Aussage: «We found that it is possible to obtain certain information about a region in

space without any interaction in that region neither in the past nor at present». Ähnlich heißt es etwas später von anderen Protagonisten auf diesem Gebiet: «... so that the presence of an object modified the interference of a photon, even though the photon and the object need not have interacted» [9] oder, von den gleichen Autoren: «Das scheint ein Widerspruch in sich zu sein: Wie kann es eine Messung geben, wenn keine Wechselwirkung stattfindet? Gewiß eine berechtigte Frage — jedenfalls solange man sich auf dem Gebiet der klassischen Physik bewegt ... Doch die Quantenmechanik ... läßt ausgeklügelte Experimente dieser Art zu» [4].

Mit diesen Behauptungen wird suggeriert, wenn nicht unterstellt, daß bei einer ‘wechselwirkungsfreien Quantenmessung’ das Photon im Mach-Zehnder-Aufbau sich vollkommen unabhängig von der Existenz der Bombe bewegt, sozusagen nichts von ihrer Existenz ‘ahnt’. Bestärkt wird diese Vorstellung durch den etwas unglücklichen Begriff des ‘Welle-Teilchen-Dualismus’, der ja nahelegt, daß sich ein Objekt entweder wie ein Teilchen oder wie eine Welle verhält. Dies wiederum geht einher mit der Vorstellung — wir betonen, daß dies eine falsche Darstellung ist — daß im Fall des ‘wechselwirkungsfreien’ Nachweises der Bombe das Photon tatsächlich einen bestimmten Weg nimmt (nämlich den unteren, ‘bombenfreien’) und nur deswegen die Bombe nicht explodiert, weil das Photon (ganz wie ein klassisches Teilchen) auf dem unteren Weg nichts mit der Bombe zu tun hat, die sich ja im oberen Ast des Interferometers befindet.

Diese Vorstellungen sind falsch. Natürlich muß man für das Gesamtproblem eine Hamiltonfunktion aufstellen, und in dieser ist ein Anteil enthalten, der die Wechselwirkung der Bombe mit dem Photon beschreibt. Mit anderen Worten: natürlich unterscheiden sich die Wellenfunktionen, wenn eine Bombe im Interferometer plaziert ist oder nicht. In der Literatur wurde der Begriff ‘wechselwirkungsfrei’ schon vor rund zwanzig Jahren kritisch untersucht [10]. Dies geschah allerdings für eine andere Versuchsanordnung (Heisenbergsches Mikroskop); im Falle des vorliegenden Interferometer-Aufbaus fielen unserer Kenntnis nach zum ersten Mal 1998 klare kritische Äußerungen: «Elitzur and Vaidman pointed out the possibility of an “interaction free” measurement in which the existence of an absorbing object is inferred without any photons being absorbed by the object. Since interaction generally means the coupling of the object and the probe by an interaction Hamiltonian, which is also the case here, a more neutral term is “energy exchange free” measurements» [11]. Bemerkenswert sind hier die Anführungszeichen um “interaction-free”, die sich allmählich durchzusetzen scheinen. Allerdings wird ihnen nicht einheitliche Bedeutung zugemessen; So kann man lesen: «Hence, the measurements were deemed “interaction-free”, though we stress that this term is sensible only for objects that completely block the beam. For measurements on partially transmitting (and quantum) objects, we suggest the more general terminology “quantum interrogation” » [7].

Tatsächlich ist aber auch die von Karlsson et al. angegebene Bezeichnung “energy exchange free” falsch bzw. irreführend. Wir wollen dies kurz begründen und stützen uns dabei auf eine Arbeit von Simon und Platzman [12]. Dazu betrachten wir das Experiment in der Grundaufführung; der Streuer sei eine Bombe mit einem scharfen Zünder. Das Ergebnis: Es gibt eine grundsätzliche

Grenze für die mögliche Empfindlichkeit des Zünders, und höchstens innerhalb dieser eingeschränkten Empfindlichkeit kann die Messung als wechselwirkungsfrei bezeichnet werden.

Die Argumentation geht von folgender Prämisse aus: Wenn wir tatsächlich von ‘wechselwirkungsfrei’ sprechen wollen, darf die Bombe keine ‘Zündschwelle’ haben, unterhalb derer sie nicht anspricht. Vielmehr müßte die Bombe so empfindlich sein, daß sie auf beliebig kleine Überträge von Impuls, Energie, Drehimpuls usw. reagiert bzw. explodiert. Man kann nun aber zeigen, daß eine solche Bombe nicht existieren kann, weil sie quantenmechanischen Prinzipien widerspricht. Wir skizzieren die Begründung:

1. Die Bombe kann man im Interferometer nur mit einer (wenn auch sehr kleinen) Ortsunschärfe  $\Delta x$  plazieren; das geht nicht ohne eine Impulsunschärfe  $\Delta p > \hbar/\Delta x$ .

2. Die Quantenfluktuationen des Impulses könnten nun eine beliebig empfindliche Bombe zur Explosion bringen, auch wenn kein Photon im Interferometer wäre. Bei einer solchen Bombe wäre also nicht zu entscheiden, ob Veränderungen im System aufgrund von Quantenfluktuationen oder aufgrund einer Wechselwirkung mit dem Photon stattgefunden haben.

3. Deswegen muß die Bombe so unempfindlich sein, daß sie nicht durch Quantenfluktuationen “von alleine” explodiert. Mit anderen Worten: die Unschärferelation verlangt zwingend, daß die Bombe eine ‘Zündschwelle’ hat.

4. Mit solch einer Bombe kann man aber nicht von ‘wechselwirkungsfrei’ sprechen; ein besserer Ausdruck ist “Messung mit minimaler Wechselwirkung”.

5. Entsprechende Überlegung kann man bei möglichen Übertragungen anderer Quantenzahlen (Drehimpuls etc.) anstellen.

6. Mit einem Impulsübertrag gibt es auch einen möglichen Energieübertrag. Insofern ist auch der von Karlsson et al. vorgeschlagene Term “energy exchange free” falsch. Daß der Energieübertrag wegen des Faktors  $1/M$  bei makroskopischen Objekten sehr klein ist (und in der asymptotischen Näherung ‘Starre Wand’ verschwindet), ändert an diesem Sachverhalt nichts.

Fazit: Es gibt keine ‘wechselwirkungsfreie Quantenmessung’ — höchstens eine ‘wechselwirkungsarme Messung’ bzw. Messung mit minimaler Wechselwirkung. Es ist erstaunlich, wie unkritisch der Term ‘wechselwirkungsfrei’ in der Physik-Gemeinde neuerdings wieder hingenommen wurde, obwohl selbst Elitzur und Vaidman [8] die schon lange vorliegende Untersuchung von Dicke [10] zitieren. Andererseits ist klar, daß dieser Ausdruck sehr plakativ und wesentlich griffiger und werbewirksamer als die korrekteren Ausdrücke ist. Auch dies wieder ein Beispiel dafür, daß Physik nicht nur von ihrer Reinheit lebt, sondern auch von ihrer Wahrnehmung in der Gesellschaft.

Inzwischen gehen auch Protagonisten des Begriffs ‘wechselwirkungsfrei’ vorsichtig damit um. So räumt L. Vaidman in einem neueren E-Print [13] nunmehr ein, daß sich das ‘wechselwirkungsfrei’ nur auf innere Zustände (Anregungsniveaus eines Atoms, Spineinstellungen etc.) und nicht auf den räumlichen Zustand eines Objektes beziehen kann.



## Literatur

- [1] T. Tsegaye et al., *Efficient interaction-free measurements in a high-finesse interferometer*, Phys. Rev. A **57**, 3987 (1998)
- [2] Andrew G. White, Jay R. Mitchell, Olaf Nairz, Paul G. Kwiat, “*Interaction-free*” Imaging, Phys. Rev. A **58**, 605 (1998)
- [3] Zum Beispiel im Internet:  
<http://p23.lanl.gov/quantum/kwiat/ifm-folder/ifmtext.html>  
<http://info.uibk.ac.at/c/c7/c704/qo/photon/>
- [4] P. Kwiat, H. Weinfurter, A. Zeilinger, *Wechselwirkungsfreie Quantenmessung*, Spektrum der Wissenschaften, Januar 1997, S. 42
- [5] Franz Bader, *Eine Quantenwelt ohne Dualismus*, Schrödel 1996
- [6] Jochen Pade, Lutz Polley, ‘*Wechselwirkungsfreie Quantenmessung*’, Physik in der Schule **38** (2000) 5
- [7] P. G. Kwiat et al., *High-efficiency quantum interrogation measurements via the quantum Zeno effect*, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/9909083>
- [8] A. C. Elitzur, L. Vaidman, *Quantum Mechanical Interaction-Free Measurements*, Found. Phys. **23**, 987 (1993)
- [9] P. Kwiat, H. Weinfurter, T. Herzog, A. Zeilinger, *Interaction-Free Measurements*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4763 (1995)
- [10] R. H. Dicke, *Interaction-free measurements: A paradox?*, Am. J. Phys. **49** (10), 925-930 (1981)
- [11] A. Karlsson et al., “*Interaction*” (Energy Exchange) Free and Quantum Nondemolition Measurements, Phys. Rev. Lett. **80**, 1198 (1998)
- [12] S. H. Simon, P.M. Platzman, *Fundamental Limit on “Interaction Free” Measurements*, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/9905050>
- [13] Lev Vaidman, *Are Interaction-free Measurements Interaction Free?*, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0006077>